

# Séquence 0 – Les bases de l'algorithmique

## Objectifs

1. Bases de l'algorithmique
2. Les différents structures algorithmiques
3. Notion de coût
4. Diversité et unité des langages de programmation

## 1 Algorithme : Une suite finie d'instructions

### REPÈRES HISTORIQUES

#### 1800 à 1600 av. J.-C.

Les premiers algorithmes de calcul, destinés à la perception des impôts, apparaissent chez les Babyloniens, gravés sur des tablettes d'argile.

#### Vers 300 av. J.-C.

Le mathématicien grec Euclide décrit les étapes du calcul du PGCD de deux entiers non nuls.

#### Vers 820

Le mathématicien arabe Al-Khwarîzmî classifie les algorithmes existants, en détaillant toutes les étapes de calcul.

#### 1843

Ada de Lovelace programme la machine analytique de Charles Babbage, une sorte de calculateur universel.



« Un **algorithme** est une suite finie (...) d'instructions et d'opérations permettant de résoudre une classe de problèmes » Source Wikipedia

### A faire vous même 1.

Ouvrir le robinet  
Se remonter les manches  
Mouiller ses mains  
Mettre du savon dans ses mains  
Frotter longtemps  
Rincer ses mains  
Sécher ses mains avec une serviette  
Fermer le robinet

1. Expliquer brièvement ce que permet de faire exactement cet algorithme.
2. Écrire un algorithme qui fasse la même chose, mais qui soit plus respectueux de la planète en économisant au maximum l'eau utilisée.



#### Question 1.

Cet algorithme permet à la personne qui le suit de se laver les mains.

#### Question 2.

Se remonter les manches

Ouvrir le robinet

Mouiller ses mains

Fermer le robinet

Mettre du savon dans ses mains

Frotter longtemps

Ouvrir le robinet

Rincer ses mains

Fermer le robinet

Sécher ses mains avec une serviette

## 2 Les différentes structures algorithmiques

### 2.1 Les boucles

Quand il est nécessaire de répéter un même bloc d'instructions plusieurs fois, alors il est possible d'utiliser une boucle.

#### A faire vous même 2.

##### Les caisses automatiques

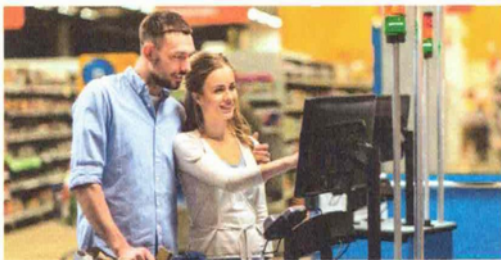
Dans les supermarchés actuels, on trouve de plus en plus de caisses automatiques qui remplacent progressivement les hôte(sse)s de caisse. Pour rendre la monnaie aux clients, ces automates en libre-service suivent et produisent des algorithmes.

Dans les supermarchés actuels, on trouve de plus en plus de caisses automatiques qui remplacent progressivement les hôte(sse)s de caisse. Pour rendre la monnaie aux clients, ces automates en libre-service suivent et produisent des algorithmes.

1. À l'aide de boucles et des deux instructions : **Donner une pièce de 1€** et **Donner une pièce de 20 cents**, à n'utiliser qu'une seule fois chacune, écrire un algorithme qui permette de rendre 3,80 € au client.

2. Le distributeur peut donner des pièces de 2 €, 1 €, 50 cents, 20 cents, 10 cents, 5 cents, 2 cents ou encore 1 cent.

Écrire un algorithme contenant des boucles qui permette de rendre 9,48 € en donnant le moins de pièces possible au client.



#### Question 1.

Répéter 3 fois

Donner une pièce de 1 €

Répéter 4 fois

Donner une pièce de 20 cents

#### Question 2.

Répéter 4 fois

Donner une pièce de 2 €

Donner une pièce de 1 €

Répéter 2 fois

Donner une pièce de 20 cents

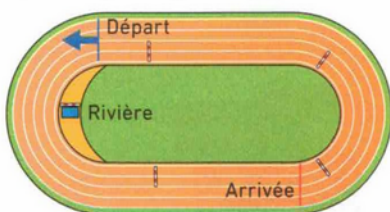
Donner une pièce de 5 cents

Donner une pièce de 2 cents

Donner une pièce de 1 cent

#### A faire vous même 3.

Le 3 000 mètres steeple est une épreuve d'athlétisme assez spectaculaire : les coureurs doivent courir 3 000 m, soit 7 tours et demi de stade, sur lesquels sont disposées 5 barrières espacées de 80 m et dont l'une d'elle est suivie d'une « rivière ». Les premiers 225 m s'effectuent sans croiser de barrières : les juges les rajoutent après le passage des sportifs.



À l'aide de boucles et en utilisant les instructions ci-dessous, compléter l'algorithme ci-contre qui doit décrire de la façon la plus courte possible le parcours effectué par les coureurs.

Courir ... mètres

Sauter une barrière

Sauter la rivière

Prendre le départ de la course

Courir 200 mètres

Répéter 7 fois

Courir 25 mètres

Répéter 3 fois

Sauter une barrière

Courir 80 mètres

Sauter la rivière

Courir 80 mètres

Sauter une barrière

Courir 55 mètres

Franchir la ligne d'arrivée

## 2.2 Les variables

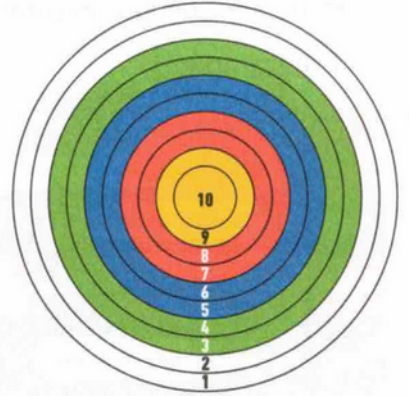
Une variable est une étiquette/une boîte/une case dans laquelle on va pouvoir stocker un contenu (un nombre entier, un nombre décimal, du texte, ...).

A faire vous même 4.

### Exercice 2 Le tir à l'arc Difficulté \*\*

Un participant à une épreuve de tir à l'arc tire 5 flèches sur une cible avec des zones valant de 1 à 10 points. Le nombre total de points du joueur (*score total*) augmente donc à chaque flèche en ajoutant la valeur du nouveau tir (*valeur fleche*).

À l'aide d'une boucle et de deux variables *score total* et *valeur fleche*, compléter l'algorithme décrivant le déroulement d'une épreuve de tir à l'arc et permettant de calculer au fur et à mesure le score du tireur, puis d'annoncer son score final.



Mettre *score total* à ... 0 ...

Répéter 5 fois

Tirer une flèche

Lire la *valeur fleche*

Ajouter *valeur fleche* à *score total*

Annoncer ... *score total* ...

A faire vous même 5.

Pour faire fonctionner une horloge digitale, il y a trois variables : *heures*, *minutes* et *secondes*.

Voici ci-contre un morceau de l'algorithme qui permet de gérer l'affichage de l'heure qu'il est (de 0 à 24 heures).

Compléter cet algorithme pour qu'il permette d'afficher les heures, minutes et secondes sur une journée complète (soit de 24 heures).

Répéter 60 fois

Afficher *secondes*

Ajouter 1 à *secondes*

Mettre *secondes* à 0

Ajouter 1 à *minutes*

Mettre *heures* à 0

Mettre *minutes* à 0

Mettre *secondes* à 0

Répéter 24 fois

Afficher *heures*

Répéter 60 fois

Afficher *minutes*

Répéter 60 fois

Afficher *secondes*

Ajouter 1 à *secondes*

Mettre *secondes* à 0

Ajouter 1 à *minutes*

Mettre *minutes* à 0

Ajouter 1 à *heures*



## 2.3 Les instructions conditionnelles

Dans un algorithme, suivant une condition, il est possible d'exécuter un bloc d'instruction ou un autre.

### A faire vous même 6.

Les Anglais utilisent les abréviations AM (*ante meridiem* : avant le midi) pour désigner l'heure du matin et PM (*post meridiem* : après le midi) pour celle de l'après-midi, en écrivant toujours un nombre d'heures entre 1 et 12 (inclus). Ainsi, 16 h 30 à Paris s'écrit 4:30 PM à Londres.

On souhaite construire un algorithme qui demande l'heure en écriture française (en utilisant deux variables *heures* et *minutes*) et affiche l'heure au format anglais.

Voici un morceau de l'algorithme qui permet de faire cette conversion :

**Si heures = 0 Alors** Dire « 12 : » et *minutes* et « AM »  
**Si heures > 12 Alors** Ajouter -12 à *heures*  
Dire *heures* et « : » et *minutes* et « PM »  
**Sinon**

Compléter cet algorithme en utilisant éventuellement le morceau précédent.



Demander le nombre d'heures et attendre

**Mettre heures à réponse**

**Demander le nombre de minutes et attendre**

**Mettre minutes à réponse**

**Si heures = 0 Alors** Dire « 12 : » et *minutes* et « AM »

**Si heures > 12 Alors** Ajouter -12 à *heures*

Dire *heures* et « : » et *minutes* et « PM »

**Sinon** Dire *heures* et « : » et *minutes* et « AM »

### A faire vous même 7.

Lors de certains matchs de football, en cas d'égalité à la fin du temps réglementaire, on procède à une séance de tirs au but (5 par équipe) pour désigner le vainqueur. Si les deux équipes sont encore à égalité à la fin de ces tirs au but, on continue alors en « mort-subite », c'est-à-dire jusqu'à ce qu'une équipe marque et l'autre non. À l'aide d'instructions conditionnelles et de deux variables *buts-A* et *buts-B*, compléter l'algorithme décrivant le déroulement de cette « mort-subite ».



Répéter jusqu'à *buts-A* différent *buts-B*

**Équipe A tire**

**Si but de l'équipe A alors** ajouter 1 à *buts-A*

**Équipe B tire**

**Si but de l'équipe B alors** ajouter 1 à *buts-B*

**Si buts-A > buts-B alors** Dire « l'équipe A gagne »

**Si buts-A < buts-B alors** Dire « l'équipe B gagne »

## 2.4 Les blocs d' instructions

Quand on a besoin d' utiliser plusieurs fois un ensemble d' instructions, on crée un bloc.

A faire vous même 8.

### Exercice 3 Le 4 × 100 mètres nage libre Difficulté ★★★

Une épreuve de natation olympique pour laquelle l'équipe de France masculine est parmi les meilleures du monde est le 4 × 100 mètres nage libre. Cette épreuve de relais est disputée dans une piscine de 50 m de longueur par des équipes de 4 nageurs, qui nagent chacun leur tour un aller-retour.

Décrire cette course par un programme court qui utilise le bloc défini ci-contre.



Définir **Nager son 100 mètres**

Plonger dans la piscine  
Nager 50 m en ligne droite  
Toucher le bord de la piscine  
Faire demi-tour  
Nager 50 m en ligne droite  
Toucher le bord de la piscine

Premier nageur sur le plot de départ

**Démarrer le chronomètre**.....

**Répéter 3 fois**.....

Nager son 100 mètres

Nageur suivant sur le plot de départ

**Nager son 100 mètres**.....

Arrêter le chronomètre

### 3 Un algorithme de recherche du PGCD

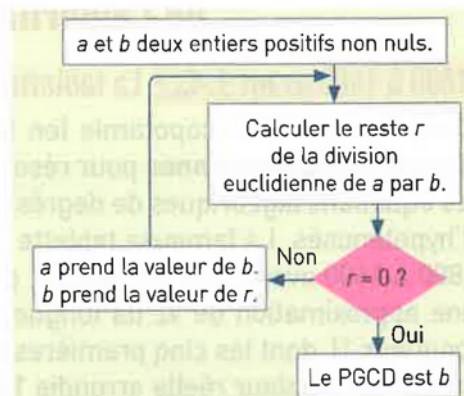


L'algorithme de calcul du PGCD (Plus Grand Commun Diviseur) de deux entiers positifs non nuls a été proposé par le mathématicien grec Euclide. L'organigramme est présenté ci-contre.

Le PGCD est très utile pour simplifier une fraction.

Par exemple,  $\text{PGCD}(48, 36) = 12$  :

$$\frac{36}{48} = \frac{3 \times 3 \times 4}{2 \times 2 \times 3 \times 4} = \frac{3 \times \cancel{12}}{2 \times 2 \times \cancel{12}} = \frac{3}{4}$$



a	b	r
782	221	119
221	119	102
119	102	17
102	PGCD = 17	0

#### Comment écrire un algorithme en pseudo-code ?

Le **pseudo-code** est une façon de décrire un algorithme en langage presque naturel, sans référence à un langage de programmation en particulier. Voici quelques conventions retenues dans le cahier :

- Préciser les spécifications en dehors de l'algorithme. Par exemple :  
En entrée : deux nombres entiers positifs  $a$  et  $b$  non nuls.  
En sortie : renvoie le PGCD de  $a$  et de  $b$ .
- Indenter le bloc d'instructions d'une boucle ou d'une fonction.
- Utiliser le symbole  $\leftarrow$  pour l'affectation.
- Les tableaux commencent à 0. On accède à l'élément d'indice  $i$  avec `tableau[i]`.
- Placer les arguments d'une fonction entre parenthèses.
- Utiliser des noms de variable ou de fonction explicites.
- Ne mettre que des instructions génériques, indépendantes de tout langage de programmation.

1. En vous aidant de l'organigramme, calculer le PGCD de 782 et 221 par la méthode d'Euclide. Compléter le tableau ci-contre en faisant figurer toutes les valeurs intermédiaires prises par les trois variables  $a$ ,  $b$  et  $r$ . Il est possible d'utiliser l'opérateur Python `%` dans la console Python ( $a \% b$  renvoie le reste de la division euclidienne de  $a$  par  $b$ ).

2. En observant la structure de l'organigramme ci-dessus, justifier le caractère itératif de cet algorithme. Qu'apportent ces itérations ?

L'organigramme est composé d'une boucle qui permet la répétition d'une séquence d'instructions. Des valeurs sont calculées, jusqu'à trouver la valeur cherchée du PGCD de deux entiers positifs non nuls.

3. En vous aidant du document ci-contre, traduire cet organigramme en un algorithme écrit en pseudo-code.

Spécifications :  $a$  et  $b$  deux entiers positifs non nuls.

Algorithme : `pgcd(a, b)`

$r \leftarrow$  reste de la division euclidienne de  $a$  par  $b$

tant que  $r$  est non nul

$a \leftarrow b$

$b \leftarrow r$

$r \leftarrow$  reste de la division euclidienne de  $a$  par  $b$

renvoyer  $b$

4. Aller sur [lycee.editions-bordas.fr/cahier-NSI1re](http://lycee.editions-bordas.fr/cahier-NSI1re), puis cliquer sur « Éditeur Python ». Écrire une fonction Python `pgcd(a, b)` qui implémente

## 4 Performance et coût d'un algorithme

Certains algorithmes de cryptographie utilisent la multiplication de très grands nombres entiers. Ils nécessitent donc l'utilisation d'algorithmes de calcul performants. On s'intéresse ici à deux algorithmes de calcul de  $x^n$ ,  $x$  étant un nombre réel et  $n$  étant un entier positif.

L'algorithme pour résoudre un problème mathématique n'est pas unique. Pour déterminer quel algorithme choisir parmi plusieurs possibles, une des méthodes consiste à évaluer le coût des algorithmes en termes de temps de calcul, en estimant le nombre d'opérations élémentaires effectuées ou le nombre de tours de boucle. Ce coût est appelé **complexité temporelle**.

On appelle **opération élémentaire** toute opération d'affectation de variable, de calcul (addition, soustraction, division, multiplication) ou encore de comparaison entre deux valeurs. On suppose que les instructions sont exécutées l'une après l'autre, sans opérations simultanées.

### 1. Dérouler chacun des algorithmes en complétant les deux tableaux de variables pour $x = 2$ et $n = 5$ .

Algorithmes : puissance 1 ( $x, n$ )  
 $p \leftarrow 1$   
 pour  $i$  allant de 1 à  $n$   
      $p \leftarrow p * x$   
 renvoyer  $p$

Algorithmes 1

Algorithmes : puissance 2 ( $x, n$ )  
 $p \leftarrow 1$   
 tant que  $n > 0$   
     si  $n$  est impair alors  
          $p \leftarrow p * x$   
          $x \leftarrow x * x$   
          $n \leftarrow n // 2$   
 renvoyer  $p$

Algorithmes 2

Variable	$x$	$p$
Initialisation	Non définie	1
1 <sup>er</sup> tour	2	2
2 <sup>e</sup> tour	4	4
3 <sup>e</sup> tour	8	8
4 <sup>e</sup> tour	16	16
5 <sup>e</sup> tour	32	32

Variable	$p$	$x$	$n$
Initialisation	1	2	5
1 <sup>er</sup> tour	2	4	2
2 <sup>e</sup> tour	2	16	1
3 <sup>e</sup> tour	32	256	0

### 2. Quel est le point commun essentiel entre ces deux algorithmes ?

3. Pour simplifier l'étude de la complexité, on ne s'intéresse qu'au nombre de tours de boucle. Compléter le tableau suivant en indiquant le nombre de tours de boucle nécessaire au calcul.

Nombre de tours de boucle	Algorithme 1	Algorithme 2
Calcul de $2^5$	5 tours	3 tours
Calcul de $2^{5000}$	5 000 tours	13 tours
Calcul de $2^n$	$n$ tours	environ $\log_2(n + 1)$ tours

Pour remplir la dernière colonne, il suffit de s'intéresser aux affectations successives de la variable  $n$ .

4. Aller sur [lycee.editions-bordas.fr/cahier-NSI1re](http://lycee.editions-bordas.fr/cahier-NSI1re), puis, dans « Séquence 9 », cliquer sur l'interface « Complexité ». Afficher uniquement les courbes des deux fonctions  $f(n) = n$  et  $g(n) = \log_2(n)$  (précision :  $\log_2(n) = \frac{\log(n)}{\log(2)}$ ). Quelle est celle qui domine l'autre, et pour quelles valeurs de  $n$  ?

La fonction  $f(n) = n$  domine sur  $\log_2(n)$  pour toutes les valeurs de  $n$ .

5. Que peut-on supposer pour les valeurs des temps d'exécution des algorithmes 1 et 2 de la question 1 ? Conclure en précisant quel algorithme choisir pour calculer  $x^n$ , si  $n$  est grand.

On peut supposer que le temps d'exécution de l'algorithme 2 sera beaucoup plus faible que celui de l'algorithme 1. L'algorithme 2 doit être choisi pour calculer  $x^n$  car sa complexité est favorable.