

# Seq 12 – Multiplication et division de fractions

## Objectifs

1. Calculer avec des fractions - produit
2. Justifier qu'un nombre est ou non l'inverse d'un autre
3. Calculer avec des fractions – quotient

### Alexandre Grothendieck (1928-2014).

Né d'un père juif et anarchiste ukrainien et d'une mère protestante, et anarchiste hollandaise.

En 1948, il se rend à Paris avec une lettre de recommandation signée par son professeur d'analyse, Il est admis dans les séminaires à l'École normale supérieure (ENS) et est ensuite dirigé vers l'université de Nancy — l'un des « bastions » mathématiques à cette époque dans le domaine de l'analyse fonctionnelle — afin de préparer sa thèse.

Pour éprouver ses capacités, on lui confie un article qui contient une liste de quatorze problèmes irrésolus (dont chacun pourrait à lui seul constituer un sujet de thèse). Ses enseignants lui suggèrent alors d'en regarder un ou deux pour se familiariser avec le domaine ; Grothendieck les résoudra tous en quelques mois et en rédigera six. C'est le début de sa carrière mathématique.

Il reçoit la Médaille Fields en 1966.

En 1988, il refuse le prix Crafoord, car « son salaire de professeur [...], est beaucoup plus que suffisant pour [ses] besoins matériels et il s'est éloigné du milieu scientifique depuis 1970 et la récompense porte sur des travaux vieux de vingt-cinq ans.

Il "était un visionnaire et un bâtisseur, qui pensait que les maths devaient être 'naturelles'. Il a donné maints exemples où les obstacles sur lesquels on butait disparaissaient d'eux-mêmes, comme par magie, quand on introduisait le bon concept, au bon endroit"

Adeptes des thèses écologistes et antimilitaristes dans les années 70, Alexandre Grothendieck s'éloigne du milieu des mathématiques alors que les universités les plus réputées lui font des ponts d'or pour s'attacher ses services. Il les refusera toutes, préférant s'installer dans les Pyrénées. Fâché avec sa famille, ses proches et même ses voisins, il vivait seul et retiré du monde. Personne ne pouvait entrer dans sa maison.



## I. Multiplication de fractions

Exemple 1 :

Effectuer :  $5 \times \frac{2}{3} = \frac{5 \times 2}{3} = \frac{10}{3}$

**Exemple 2 :**

Effectuer :  $\frac{5}{7} \times \frac{2}{3} = \frac{5 \times 2}{7 \times 3} = \frac{10}{21}$

**Exemple 3 :**

Effectuer :  $\frac{5}{7} \times \frac{14}{25} = \frac{5 \times 14}{7 \times 25} = \frac{70}{175} = \frac{14}{35} = \frac{2 \times 7}{5 \times 7} = \frac{2}{5}$

**Exemple 4 :**

Reprendre exemple 1 :  $5 \times \frac{2}{3} = \frac{5}{1} \times \frac{2}{3} = \frac{5 \times 2}{1 \times 3} = \frac{10}{3}$

**En résumé :**

Pour multiplier deux fractions, on multiplie entre eux leurs numérateurs et leurs dénominateurs :

Soit a, b, c et d quatre nombres relatifs :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

**Remarque :**

Le fraction obtenue peut parfois être simplifiée.

**Pour les nombres relatifs :**

On a  $\frac{-1}{3} = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$  et  $\frac{-7}{5} = \frac{7}{-5} = -\frac{7}{5}$

Et donc :

$$\begin{aligned} -\frac{1}{3} \times \left(-\frac{7}{5}\right) &= \frac{-1 \times (-7)}{3 \times 5} \text{ (je peux mettre tous les nombres négatifs au numérateur)} \\ &= \frac{1 \times 7}{-3 \times (-5)} \text{ (je peux mettre tous les nombres négatifs au dénominateur)} \\ &= \frac{7}{15} \end{aligned}$$

P. 64 ex 37

P. 64 ex 38

P. 64 ex 39

## II. L'inverse d'un nombre

**Exemples :**

- 2 et 0,5 sont inverses car  $2 \times 0,5 = 1$
- 8 et 0,125 sont inverses car  $8 \times 0,125 = 1$

Deux nombres sont inverses quand le produit des deux est égal à 1.

Exemples pour les fractions :

- 9 et  $\frac{1}{9}$  sont inverses car  $9 \times \frac{1}{9} = \frac{9}{9} = 1$
- $\frac{5}{7}$  et  $\frac{7}{5}$  sont inverses car  $\frac{5}{7} \times \frac{7}{5} = \frac{35}{35} = 1$

En résumé :

- L'inverse de  $a$  est  $\frac{1}{a}$
- L'inverse de  $\frac{a}{b}$  est  $\frac{b}{a}$

Remarque :

L'inverse d'un nombre négatif est un nombre négatif.

P. 64 ex 40

P. 64 ex 41

### III. Division de fractions

Diviser deux fractions revient à multiplier la première par l'inverse de la deuxième.

Soit  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  quatre nombres relatifs avec  $b \neq 0$  et  $d \neq 0$  :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Exemples :

Exemple 1 :

$$\begin{aligned}\frac{2}{5} \div \frac{7}{9} &= \frac{2}{5} \times \frac{9}{7} \\ &= \frac{2 \times 9}{5 \times 7} \\ &= \frac{18}{35}\end{aligned}$$

Exemple 2 :

$$\begin{aligned}\frac{11}{2} \div 5 &= \frac{11}{2} \times \frac{1}{5} \\ &= \frac{11 \times 1}{2 \times 5} \\ &= \frac{11}{10}\end{aligned}$$

Exemple 3 :

$$\begin{aligned}-\frac{3}{4} \div \left(-\frac{4}{3}\right) &= \frac{-3}{4} \times \frac{(-4)}{3} \\ &= \frac{-3 \times (-4)}{4 \times 3} \\ &= \frac{12}{12} \\ &= 1\end{aligned}$$

P. 64 ex 42

P. 64 ex 43

P. 64 ex 44

P. 65 ex 49

P. 65 ex 50

P. 67 ex 70

|             |
|-------------|
| P. 68 ex 87 |
| P. 68 ex 89 |