

Séquence 13 – Les équations

Objectifs

1. Rappel : Comprendre la notion d'inconnue et de solution d'une équation
2. Résoudre algébriquement une équation du premier degré
3. Mettre en équation un problème

Henri Poincaré (1854-1912) était un mathématicien, physicien théoricien, et philosophe français. Il a fait d'importantes contributions dans divers domaines des mathématiques, notamment en topologie, en analyse, en théorie des fonctions, et en mécanique céleste. Ses travaux sur les systèmes dynamiques ont jeté les bases de la théorie du chaos. Poincaré a également apporté des contributions significatives à la physique mathématique, en particulier dans le domaine de l'électromagnétisme. Il est connu pour ses travaux sur les équations aux dérivées partielles et sur les systèmes dynamiques, ainsi que pour sa formulation du "théorème de récurrence" en théorie des nombres.



En plus de ses réalisations scientifiques, Poincaré était également un écrivain prolifique et un conférencier éloquent, qui a joué un rôle majeur dans la vulgarisation des mathématiques. Ses idées ont eu une influence profonde sur le développement des mathématiques et de la physique au XXe siècle.

Poincaré a oublié de se rendre à une conférence importante à l'Académie française des sciences. Il était tellement absorbé par ses pensées qu'il est monté dans un autobus qui l'a emmené bien loin de son lieu de destination.

I. Introduction - Vocabulaire

$7+5=6\times 2$ est une égalité. En effet, on a bien un résultat qui donne 12 à gauche comme à droite du signe égal.

Écrivons ceci : $12+x=20$

Cela pose une question : Quel nombre faut-il mettre à la place de x pour obtenir une égalité ?

Dans cet exemple, la réponse est 8 car $12+8=20$.

- $12+x=20$ est une équation.
- $12+x$ est le 1^{er} membre ou membre de gauche
- 20 est le 2^e membre ou membre de droite

- x c'est l'inconnue.

Si $x=8$, on obtient l'égalité et donc 8 est solution de cette équation.

Exemples :

- $12+x=20$ est une équation du 1^{er} degré à une inconnue.
- $12+x=5y$ est une équation du 1^{er} degré à deux inconnues.
- $12+2x^2=20$ est une équation du 2^e degré à une inconnue.
- $12+x=5y^2$ est une équation du 2^e degré à deux inconnues.

II. Résoudre une équation du 1^{er} degré à une inconnue

On ne change pas une équation si :

1. On développe, on réduit, on factorise chacun des deux membres d'une équation
2. On additionne ou on soustrait un même nombre aux deux membres de l'équation
3. On multiplie ou on divise les deux membres de l'équation par un même nombre non nul

Exemple :

Résoudre $6x+5=(3-x)\times 4$

$6x+5=12-4x$ ← On développe et réduit les deux membres de l'équation

$6x+5+4x=12-4x+4x$ ← On ajoute $4x$ puis on réduit chaque membre

$$10x+5=12$$

$$10x+5-5=12-5$$

← On soustrait 5 puis on réduit chaque membre

$$10x=7$$

$$\frac{10x}{10}=\frac{7}{10}$$

← On divise par 10 les deux membres

$$x=0,7$$

← L'équation a une solution

III. Mettre en équation et résoudre des problèmes

Exemple 1:

Un père a 42 ans et son fils a 8 ans.

Dans combien d'année, l'âge du père sera-t-il le double de l'âge de son fils ?

- Définir clairement l'inconnue :

Soit x le nombre d'année dans lequel l'âge du père sera le double de l'âge de son fils.

- Mettre en équation le problème :

$$42+x=2(8+x)$$

- Résoudre l'équation

$$42+x=16+2x$$

$$42+x-x=16+2x-x$$

$$42=16+x$$

$$42-16=16+x-16$$

$$26=x$$

- Vérifier le résultat (facultatif)

Si $x=26$, on a : $42+26=68$ et $16+2\times 26=16+52=68$

- Interpréter le résultat et répondre par une phrase

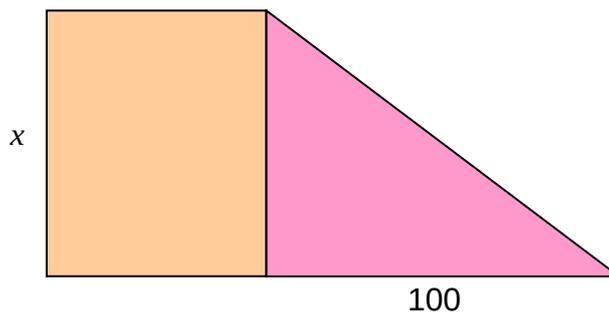
Dans 26 ans, l'âge du père sera le double de l'âge de son fils

Exemple 2:

Deux agriculteurs possèdent des champs ayant un côté commun de longueur inconnue. L'un forme un carré, l'autre a la forme d'un triangle rectangle de base 100 m.

Sachant que les deux champs sont de surfaces égales, calculer leurs dimensions.

- Modélisation de la situation



- Traduction en langage mathématique :

- L'aire du champ carré est :

- L'aire du champ triangulaire est :

- Mettre en équation le problème :

Les deux champs étant de surfaces égales, on a :=

- Résoudre l'équation

.....

- Interpréter le résultat et répondre par une phrase

.....