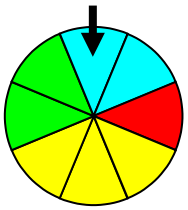
15- Probabilités

Objectifs

Dans ce chapitre, je vais apprendre à :

1. Notion de probabilité
2. Faire le lien entre fréquence et probabilité, en constatant matériellement le phénomène de stabilisation des fréquences
3. Calculer des probabilités dans des cas simples.
4. La probabilité d'un événement est comprise entre 0 et 1
5. Notions de probabilité d'événements certains, impossibles, incompatibles, contraires
6. Exprimer des probabilités sous diverses formes (décimale, fractionnaire, pourcentage).
7. Calculer des probabilités dans un contexte simple

1. *Expérience aléatoire*



Exemples :

On lance une pièce de monnaie et on regarde la face supérieure.

On lance un dé à six faces et on regarde le nombre de points inscrits sur la face du dessus.

On fait tourner une roue marquée sur ses secteurs de couleurs différentes et on regarde le secteur marqué par la flèche.

Définition :

Une expérience (lancé une pièce de monnaie par exemple) est aléatoire lorsqu'elle a plusieurs résultats ou issues (pile ou face) et que l'on ne peut pas prévoir, à priori, quel résultat se produira.

2. *Réalisons une expérience aléatoire*

Chaque élève lance 30 fois un dé à six faces et note les effectifs d'apparition de chaque face dans le tableau :

Faces	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	6	5	3	8	4	4	30

On regroupe ensuite l'ensemble des résultats de la classe dans un même tableau puis on calcule les fréquences d'apparition de chaque face.

Faces	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	130	137	133	138	130	142	810
Fréquences	16,1%	16,9%	16,4%	17%	16,1%	17,5%	100

Les fréquences d'apparition sont très proches les unes des autres.

Théoriquement, il y a autant de chance d'obtenir un 1, un 2, un 3, un 4, un 5 ou un 6.

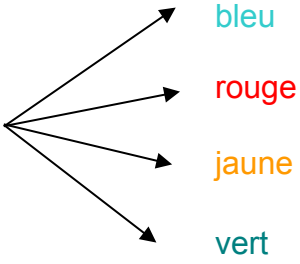
En effectuant un nombre encore plus grand de lancers, les fréquences se rapprocheraient les unes des autres de façon encore plus évidente et seraient de plus en plus des résultats théoriques.

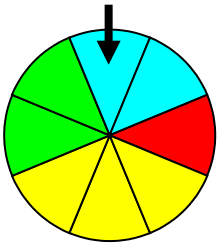
La suite de la leçon nous expliquera comment calculer les fréquences théoriques d'une expérience aléatoire.

3. Arbre des possibles

Exemple :

Lorsqu'on fait tourner la roue, quatre issues sont possibles. On le schématise sur l'arbre des possibles :





L'arbre des possibles permet de visualiser les issues d'une expérience aléatoire.

4. Probabilité

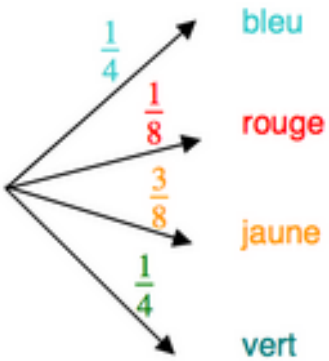
Exemple 1:

2 secteurs sur 8 sont de couleur bleue.

Lors d'une expérience aléatoire, il y a donc 2 chances sur 8 d'obtenir un secteur de couleur bleue.

On dit que la probabilité d'obtenir un secteur bleu est égale à $\frac{2}{8}$, soit $\frac{1}{4}$.

On inscrit sur l'arbre des possibles les probabilités des différentes issues.



La probabilité d'une issue est égale au quotient du nombre de cas favorable (nombre de cas où l'issue
se réalise) sur le nombre de cas possibles lors de l'expérience.

$$Probabilité = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{Nombres de cas possibles}}$$

Exemple 2: Événement

Soit l'événement E « La roue s'arrête sur un secteur bleu ou rouge ».
On pourrait se demander qu'elle est la probabilité que cet événement se réalise ?

On dit que la probabilité que l'événement E se réalise est égale à $\frac{3}{8}$ et on note : $P(E)=\frac{3}{8}$

Un événement est constitué par plusieurs issues d'une même expérience aléatoire.

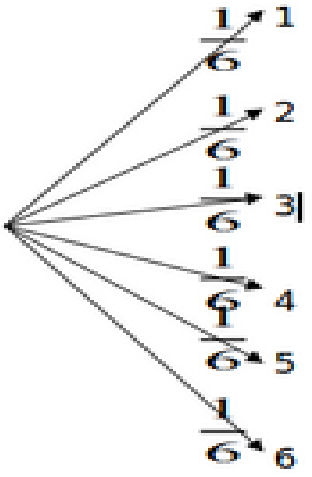
Remarques :

- La probabilité d'un événement est toujours comprise entre 0 et 1.
- La probabilité d'un événement peut s'exprimer sous forme fractionnaire, décimale ou en pourcentage.
- Un événement qui n'a qu'une seule issue possible est appelé événement élémentaire.

Exemple : l'événement « obtenir rouge » n'a qu'une seule issue. C'est un événement élémentaire.

On considère l'expérience aléatoire suivante :
« On lance un dé à six faces non truqué et on regarde le nombre de points inscrits sur la face du dessus. »

On construit l'arbre des possibles de cette expérience aléatoire :



Les issues possibles en lançant ce dé sont 1, 2, 3, 4, 5 ou 6.

- Il y a autant de chance d'obtenir 1 que 2 que 3 que 4 que 5 que 6. Chaque issue a donc la même probabilité.

  p(1) =p(2) = ... = p(6) = $\frac{1}{6}$

  On dit qu'il y a équiprobabilité.
- Soit l'événement A: «obtenir le nombre 7 »

  Il n'y a aucune issue possible à cet événement. On a p(7) = 0

  On dit que cet événement est impossible et sa probabilité est nulle.
- Soit l'événement B « obtenir un nombre inférieur à 10 »

  Il y a six issues possibles. On a : p(n ≤ 10) = 1

  On dit que cet événement est certain et sa probabilité est égale à 1.
- Soit l'événement C : « obtenir un nombre pair » et l'événement D « obtenir un nombre impair ».

  L'événement D est constitué de toutes les issues qui ne se réalisent pas dans l'événement C.

  On dit que : l'événement D est l'événement contraire de l'événement C ou que les événements C et D sont contraires.

  On note p(D) = p(non C)

  On a : p(C) = $\frac{1}{2}$ et p(D) = p(non C) = $\frac{1}{2}$ et on remarque que : p(C) + p(non C) = 1

  Propriété : La somme des probabilités de deux événements contraires est égale à 1.
- Soit l'événement E ; « Obtenir le nombre 1 et l'événement F : « obtenir un nombre pair.

  Ces deux événements ne peuvent se réaliser ensemble, on dit qu'ils sont incompatibles.

  On a : p(E) = $\frac{1}{6}$ et p(F) = $\frac{3}{6}$ = $\frac{1}{2}$

  La probabilité que E ou F se réalise est : p(E ou F) = $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ (Les issues sont 1, 2, 4, 6)

  On a : p(E ou F) = p(E) + p(F)

  Propriété : Si deux évènements sont incompatibles alors la probabilité que l'un ou l'autre se réalise est égale à la somme de leur probabilité.