

Séquence 1 – Les nombres relatifs

Brahmagupta - Indien (598 ; 660)



Brahmagupta est né en 598 au nord-ouest de l'Inde, à Multan, aujourd'hui au Pakistan.

Il est le premier à présenter, par des calculs de pertes et de profits, des règles sur les nombres négatifs et à définir le zéro comme la différence d'un nombre par lui-même.

Dans les règles d'arithmétique qu'il établit, les nombres positifs s'attachent à un bien et les nombres négatifs à une dette :

- *Zéro soustrait d'une dette est une dette.*
- *Zéro soustrait d'un bien est un bien.*
- *Zéro soustrait de zéro est zéro.*
- *Une dette soustraite de zéro est un bien.*
- *Un bien soustrait de zéro est une dette.*
- *Le produit de zéro multiplié par une dette ou un bien est zéro.*
- *Le produit de zéro multiplié par zéro est zéro.*
- *Le produit ou le quotient de deux biens est un bien.*
- *Le produit ou le quotient de deux dettes est un bien.*
- *Le produit ou le quotient d'une dette et d'un bien est une dette.*
- *Le produit ou le quotient d'un bien et d'une dette est une dette.*

Brahmagupta traite également des nombres irrationnels.

Il présente encore une méthode de calcul semblable à celle utilisée de nos jours pour poser les multiplications.

Il détermine également une méthode de calcul du volume d'un prisme.

Il présente les longitudes des planètes, étudie leur rotation journalière, leurs positions, pose des problèmes d'éclipses solaires et lunaires et estime la durée d'une année à 365 jours, 6 heures, 5 minutes et 19 secondes.

Questions classe entière :

- Q1. Qu'est-ce qu'un nombre relatif ?
- Q2. Comment reconnaît-on un nombre relatif négatif ?
- Q3. Comment reconnaît-on un nombre relatif positif ?
- Q4. Et un nombre qui n'a aucun signe ?
- Q5. Dans quels domaines utilise-t-on des nombres relatifs ?
- Q6. Quand dit-on que deux nombres relatifs sont opposés ?
- Q7. Henri Poincaré est né en 1854 et meurt à 58 ans. En quelle année est-il mort ?
- Q8. Archimède de Syracuse est mort en 212 avant J.C. à l'âge de 75 ans. En quelle année est-il né ?
- Q9. En février dernier, un matin il faisait 2,5 °C. Au milieu de la nuit, il faisait 6,4°C de moins. Quelle température faisait-il ?
- Q10. J'ai une dette de 15 euros et mon ami à une dette de 7 euros. Quelle dette avons-nous ensemble ?
- Q11. Qu'est-ce qu'une somme algébrique ... Exemples

Banque exercice révision ex 1 à ex 13

Vidéo « La guerre des relatifs » :

<https://www.youtube.com/watch?v=RKPZUSNf-X8>

1 Addition, soustraction de nombres relatifs

a) Calcul de la somme de deux nombres relatifs

PROPRIÉTÉ La somme de deux nombres relatifs de même signe est un nombre relatif qui a :

- pour signe, le signe commun aux deux nombres ;
- pour distance à zéro, la somme des distances à zéro.

■ **EXEMPLES :** • $(+7) + (+8) = +15$
Les nombres sont positifs.
Le résultat est donc positif.
 $7 + 8 = 15$

• $(-4,3) + (-9,4) = -13,7$
Les nombres sont négatifs.
Le résultat est donc négatif.
 $4,3 + 9,4 = 13,7$

PROPRIÉTÉ La somme de deux nombres relatifs de signes contraires est un nombre relatif qui a :

- pour signe, le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro ;
- pour distance à zéro, la différence des distances à zéro.

■ **EXEMPLES :** • $(+7) + (-9) = -2$
 $9 > 7$
 (-9) a la plus grande distance à zéro.
Le résultat est donc négatif.
 $9 - 7 = 2$

• $(-3,5) + (+8,6) = +5,1$
 $8,6 > 3,5$
 $(+8,6)$ a la plus grande distance à zéro.
Le résultat est donc positif.
 $8,6 - 3,5 = 5,1$

b) Calcul de la différence de deux nombres relatifs

PROPRIÉTÉ Soustraire un nombre relatif revient à ajouter son opposé.

■ **EXEMPLES :** • $(-5) - (+8) = (-5) + (-8) = -13$
Pour soustraire $+8$, on ajoute -8 .

• $(-9) - (-5,4) = (-9) + (+5,4) = -3,6$
Pour soustraire $-5,4$, on ajoute $+5,4$.

c) Calcul d'une expression algébrique

MÉTHODE Pour calculer une expression algébrique :

- on commence par transformer les soustractions en additions ;
- on ajoute les nombres positifs entre eux et les nombres négatifs entre eux ;
- on ajoute les deux nombres restants.

■ **Remarque :** Pour calculer une expression algébrique, on peut aussi simplifier son écriture.

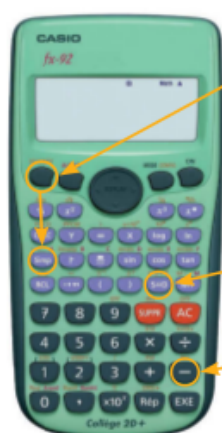
■ **EXEMPLE :**

$$\begin{aligned} A &= (-12) + (+7) - (+8) + (-5) - (-9) \\ A &= (-12) + (+7) + (-8) + (-5) + (+9) \\ A &= (+7) + (+9) + (-12) + (-8) + (-5) \\ A &= (+16) + (-25) \\ A &= -9 \end{aligned}$$

Écriture simplifiée

$$\begin{aligned} A &= -12 + 7 - (+8) - 5 - (-9) \\ A &= -12 + 7 - 8 - 5 + 9 \\ A &= -12 + 7 - 8 - 5 + 9 \\ A &= 16 - 25 \\ A &= -9 \end{aligned}$$

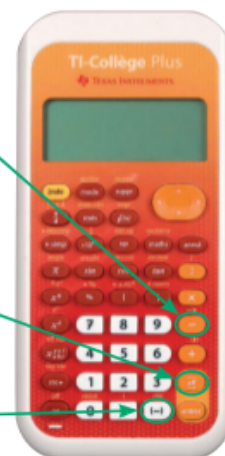
Activité 1 :



Signe —
d'un nombre négatif

Permet de passer d'une
écriture fractionnaire à une
écriture à virgule.

Signe —
de la soustraction



Signe —
de la soustraction

Signe —
d'un nombre négatif

Casio Collège 2D +

TI-Collège Plus

EXEMPLE : Calculer $A = 5 - (+7) + (-9)$.

! **Attention :** On saisit les nombres positifs sans les parenthèses et sans le signe +.

- Taper la séquence suivante :



- On obtient à l'écran :

5-7+(-9)

Donc $A = -11$.

-11

- Taper la séquence suivante :



- On obtient à l'écran :

5-7+(-9)

Donc $A = -11$.

-11

79 Effectuer à l'aide de la calculatrice les calculs suivants :

$$B = -47 + 24 - (-18) + (-67);$$

$$C = +278 + (-458) - (+89);$$

$$D = 89 - (-47) + (-148) - (+784).$$

Activité 2 :

Compléter le tableau suivant

+6							0							
+5							0							
+4							0							
+3							0				4×3=12			
+2							0			3×2=6				
+1							0							
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1							0							
-2							0							
-3							0							
-4							0							
-5							0							
-6							0							
x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4	+5	+6	

Conclusion :

- Le produit de deux nombres positifs est
- Le produit d'un nombre négatif par un nombre positif est
- Le produit de deux nombres négatifs est

Effectuez à l'aide de la calculatrice les calculs suivants

$$E=37 \times (-45) \quad ; \quad F=(-79) \times (-45) \quad G=103,4 \times (-0,766) \quad H=(-0,145) \times (-0,788) \times (-45)$$

II. Multiplication de nombres relatifs

A. Produit de deux facteurs

Propriété :

a désigne un nombre relatif.

Le produit du nombre a par (-1) est égal à l'opposé du nombre a .

L'opposé du nombre a se note $-a$.

$$a \times (-1) = (-1) \times a = -a$$

Propriété :

Le produit de deux nombres relatifs de signes contraires est négatif.

La distance à zéro de ce produit est égale au produit des distances à zéro.

exemple:

$$(-7,5) \times 6 = -45$$

Propriété :

Le produit de deux nombres relatifs de même signe est positif.

La distance à zéro de ce produit est égale au produit des distances à zéro.

Exemples :

$$2,5 \times 1,5 = 3,75$$

$$(-9) \times (-13) = 117$$

Voici un moyen mnémotechnique pour déterminer le signe d'un produit de deux facteurs :

règle des signes d'un produit	{	« plus »	par	« plus »	donne	« plus »
		« moins »	par	« moins »	donne	« plus »
		« moins »	par	« plus »	donne	« moins »
		« plus »	par	« moins »	donne	« moins »

Remarque :

Pour calculer astucieusement un produit de plusieurs nombres relatifs, on peut changer l'ordre des facteurs.

Exemple :

$$\begin{aligned}
 &0,125 \times (-4) \times 5 \times (-6,5) \times (-20) \times (-25) \times 8 \\
 &= 0,125 \times 8 \times (-4) \times (-25) \times 5 \times (-20) \times (-6,5) \\
 &= 1 \times 100 \times (-100) \times (-6,5) \\
 &= 10000 \times 6,5 \\
 &= 65000
 \end{aligned}$$

P. 42 ex 6

P. 43 ex 10

P. 43 ex 14

ACTIVITE :

A l'aide de votre calculatrice, multipliez :

$$\begin{aligned}
 &(-1) \times (-1) = \\
 &(-1) \times (-1) \times (-1) = \\
 &(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = \\
 &(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = \\
 &(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) =
 \end{aligned}$$

Qu'en déduisez-vous ?

A l'aide de votre calculatrice, multipliez :

$$\begin{aligned}
 &1 \times (-1) = \\
 &1 \times 1 \times (-1) = \\
 &1 \times (-1) \times (-1) = \\
 &(-1) \times (-1) \times (-1) \times 1 = \\
 &(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times 1 \times 1 =
 \end{aligned}$$

Qu'en déduisez-vous ?

Un autre exemple ?

B. Produit de plusieurs facteurs

Méthode :

Pour déterminer le signe d'un produit de plusieurs facteurs, on compte le nombre de facteurs négatifs.

Lorsque le nombre de facteurs négatifs de ce produit est pair, le produit est positif.

Lorsque le nombre de facteurs négatifs de ce produit est impair, le produit est négatif.

Exemple:

$$A = (-2) \times (-3) \times 4 \times (-5) \times 2$$

L'expression A est un produit qui comporte 3 facteurs négatifs.

Le nombre 3 est impair, donc le nombre A est négatif :

$$A = -(2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 2) = -240$$

Exemple:

$$B = 3 \times (-4) \times (-5) \times (-2) \times 2 \times (-3)$$

L'expression B est un produit qui comporte 4 facteurs négatifs.

Le nombre 4 est pair, donc le nombre B est positif :

$$B = 3 \times 4 \times 5 \times 2 \times 2 \times 3 = 720$$

P. 42 ex 7

P. 43 ex 17

P. 47 ex 55 (pour les costauds)

Voir activité découverte multiplication et reposer les mêmes questions pour la division.

$$(-1) \div (-1) \div (-1) \div \dots \div (-1) \div (-1) = 1$$

Activité : Division de deux nombres relatifs

Alice et Antoine se posent des devinettes.

 Trouve un nombre qui, multiplié par 9, donne 72. Facile avec les tables de multiplication ! a) Compléter : $9 \times \dots = 72$ $\dots$ est le quotient de 72 divisé par 9 Donc $\frac{72}{9} = \dots$	 Trouve un nombre qui multiplié par 7 donne -63. b) Compléter : $\dots = -63$ $\dots$ est le quotient de -63 divisé par 7 Donc $\frac{-63}{7} = \dots$	 Trouve un nombre qui multiplié par -8 donne 80. c) Compléter : $-8 \times \dots = 80$ $\dots$ est le quotient de 80 divisé par -8 Donc $\frac{80}{-8} = \dots$	 Trouve un nombre qui multiplié par -5 donne -40. d) Compléter : $-5 \times \dots = -40$ $\dots$ est le quotient de -40 divisé par -5 Donc $\frac{-40}{-5} = \dots$
---	--	--	---

III. Division de nombres relatifs

A. Division de deux facteurs

Propriété :

Le quotient de deux nombres relatifs de signes contraires est négatif.

La distance à zéro de ce quotient est égale au quotient des distances à zéro.

exemple:

$$(-42) \div 6 = -(42 \div 6) = \frac{-42}{6} = \frac{42}{-6} = -\frac{42}{6} = -7$$

Propriété :

Le quotient de deux nombres relatifs de même signe est positif.

La distance à zéro de ce quotient est égale au quotient des distances à zéro.

exemple:

$$(-4) \div (-5) = 4 \div 5 = \frac{-4}{-5} = \frac{4}{5} = 0,8$$

B. Division de plusieurs facteurs

Méthode :

Pour déterminer le signe d'un produit/quotient de plusieurs facteurs, on compte le nombre de facteurs négatifs.

Lorsque le nombre de facteurs négatifs de ce produit/quotient est pair, le produit/quotient est positif.

Lorsque le nombre de facteurs négatifs de ce produit/quotient est impair, le produit/quotient est négatif.

exemple:

$$A = (-20) \div (-5) \div (-2) \div 2$$

L'expression A est un quotient qui comporte 3 facteurs négatifs.

Le nombre 3 est impair, donc le nombre A est négatif :

$$A = -(20 \div 5 \div 2 \div 2) = -1$$

On peut aussi l'écrire sous forme de fraction :

$$A = -\frac{20}{5 \times 2 \times 2} = -1$$

exemple:

$$B = 16 \div (-4) \times (-3) \times (-2) \times 3 \div (-4)$$

L'expression B comporte 4 facteurs négatifs.

Le nombre 4 est pair, donc le nombre B est positif :

$$B = 16 \div 4 \times 3 \times 2 \times 3 \div 4 = 18$$

On peut aussi l'écrire sous forme de fraction :

$$B = 16 \times 3 \times 2 \times 3 \div 4 \div 4 = \frac{16 \times 3 \times 2 \times 3}{4 \times 4} = 18$$

P. 42 ex 8

P. 43 ex 15

IV. Enchaînement d'opérations

Rappel sur les priorités :

- On effectue d'abord les calculs entre parenthèses
- Ensuite, on effectue les multiplications et les divisions
- Ensuite, on effectue les additions et les soustractions

Exemple 1 :

$$\begin{aligned} -3 + 5 \times (-8) &= -3 + (-40) \\ &= -43 \end{aligned}$$

Exemple 2 :

$$\begin{aligned} -10 \div (5 + (-2) \times 3) &= -10 \div (5 + (-6)) \\ &= -10 \div (-1) \\ &= 10 \end{aligned}$$

Banque exercice n° 15

Calculer les expressions suivantes :

$$A = 3 - 5 \times 7$$

$$C = \frac{7 \times (-6)}{2 - 12}$$

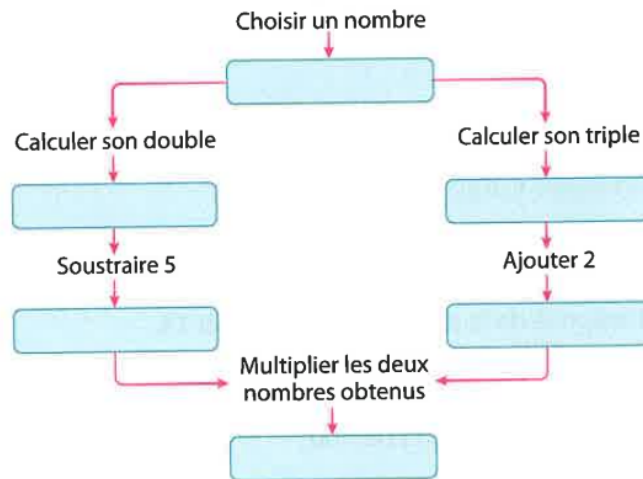
$$B = -9 + 10 \div 5$$

$$D = 12 \div (-3) - 4 \times (-8)$$

P. 47 ex 65

Banque exercice n° 16

Voici un schéma d'un programme de calcul.



1. Si le nombre de départ choisi est 1, montrer que le résultat obtenu est -15.

Banque exercice n° 17

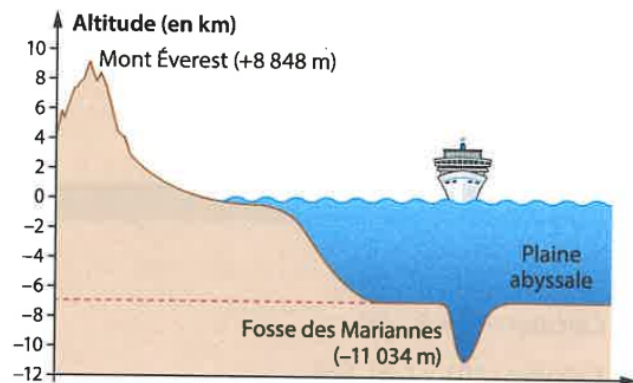
Pour calculer la valeur du nombre $A = \frac{2 \times 4 - 12}{5 - 15}$, Arthur a tapé sur sa calculatrice la succession de touches ci-dessous.

2 × 4 - 1 2 / 5 - 1 5

- Obtiendra-t-il le bon résultat ? Si oui, préciser ce résultat. Sinon, préciser son erreur et donner le bon résultat.

Banque exercice n° 18

La fosse des Mariannes est la fosse océanique la plus profonde, elle est située dans l'océan Pacifique.



1. Quelle est la profondeur de la fosse des Mariannes par rapport à la plaine abyssale ?
2. Quelle est la différence d'altitude entre le sommet du Mont Everest et le fond de la fosse des Mariannes ?

Banque exercice n° 19

Saint-Pierre-et-Miquelon

Saint-Pierre-et-Miquelon est une collectivité française d'Outre-mer, située au large du Canada. Cet archipel d'une superficie de 242 km², peuplé d'environ 7 200 habitants, est composé de trois îles principales : Saint-Pierre, Langlade et Miquelon.



115 Aux États-Unis, l'unité de mesure utilisée pour les températures est le degré Fahrenheit (°F). On peut convertir en degrés Celsius (t_C) une température exprimée en degrés Fahrenheit (t_F) en utilisant cette formule :

$$t_C = (t_F - 32) : 1,8$$


▲ Le port de Saint-Pierre.

Voici les températures moyennes mensuelles relevées à Saint-Pierre-et-Miquelon exprimées en degrés Fahrenheit :

	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC
Average * (°F)	24.4	23.9	28.4	36.6	43.6	50.3	57.3	60.4	55.2	46.4	38.3	30
Record low	-2.2	-11.2	-9.4	6.8	21.2	31.1	36.5	40.1	35.6	22.1	10.4	-0.4
Date	Jan. 24 1991	Feb. 03 1990	Mar. 10 1986	Apr. 03 1994	May. 03 1992	Jun. 05 1994	Jul. 05 1992	Aug. 15 1995	Sep. 19 1989	Oct. 27 1984	Nov. 25 1993	Dec. 27 1984

*Average : moyenne.

- 1) Quelle est la température moyenne, en degrés Celsius, à Saint-Pierre-et-Miquelon au mois de janvier ?
- 2) Quels sont les mois de l'année où la température moyenne est inférieure à 0 °C ?
- 3) « Neuf mois sur douze, le record de froid mensuel est en dessous de 0 °C. » Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ? Justifier la réponse.

Banque exercice n° 20

Il existe trois unités de mesure de la température.

Doc 1 Les trois unités de mesure de la température

Le kelvin (K) est une unité de mesure de la température. Elle est très utilisée par les physiciens. Dans la vie quotidienne, deux autres unités sont utilisées en fonction des pays : le degré Celsius (°C) et le degré Fahrenheit (°F).

Carte du monde montrant la répartition de l'utilisation ► du degré Celsius et du degré Fahrenheit



Doc 2 Conversions

- $T(K) = T(^{\circ}C) + 273,15$
- $T(^{\circ}F) = T(^{\circ}C) \times 1,8 + 32$

► En utilisant l'unité de température légale de son pays, aider Neil, astronaute américain, à déterminer quel corps céleste a l'amplitude thermique la plus grande.

Doc 3 Influence de l'atmosphère sur la température des corps célestes

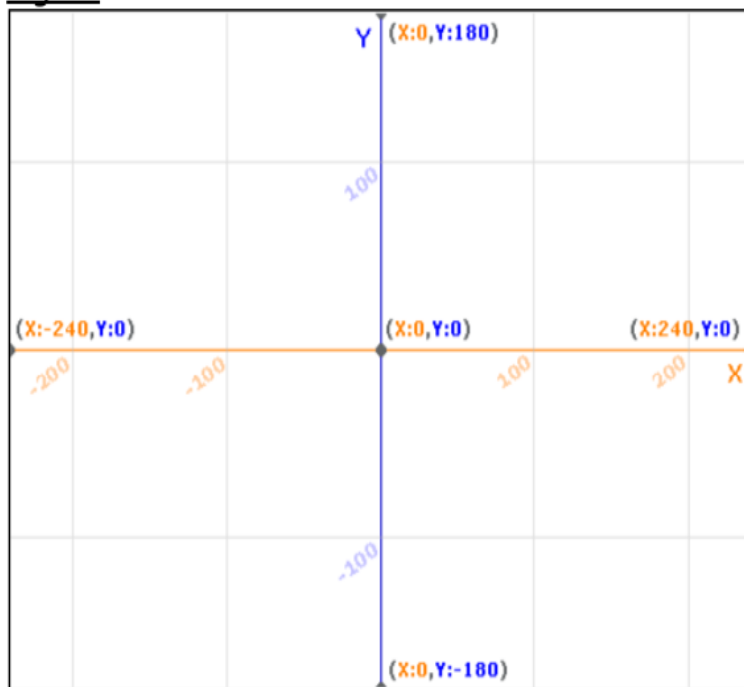
- L'atmosphère de la Lune est très fine. Cela entraîne une très grande amplitude thermique entre les deux faces de la Lune : la température peut descendre jusqu'à -247 °F sur la face nocturne et peut atteindre 248 °F sur la face exposée au Soleil.
- L'atmosphère de Vénus est extrêmement dense. C'est la planète du Système solaire sur laquelle l'effet de serre est le plus fort. La température fluctue entre 446 °C et 490 °C.
- La faible densité de l'atmosphère de Mars produit un effet de serre très limité, ce qui explique que les températures oscillent entre 140 K et 270 K.

P. 49 ex 81 (pour les costauds)

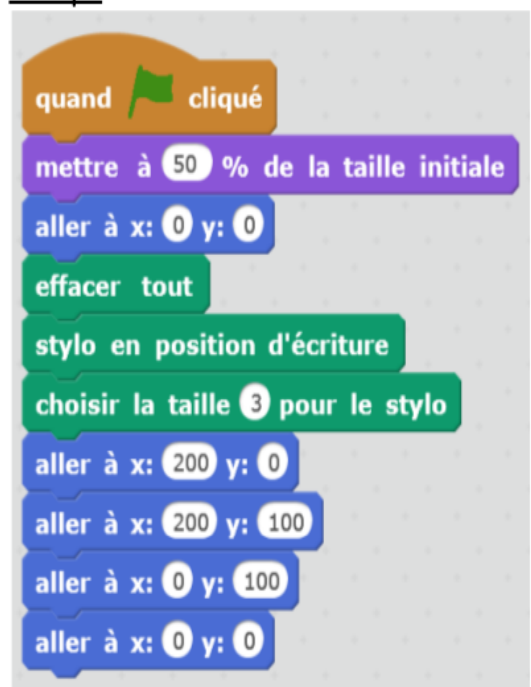
P. 49 ex 82 (pour les costauds)

a) Bastien a écrit le script suivant. Trace la figure qui sera réalisée par le lutin.

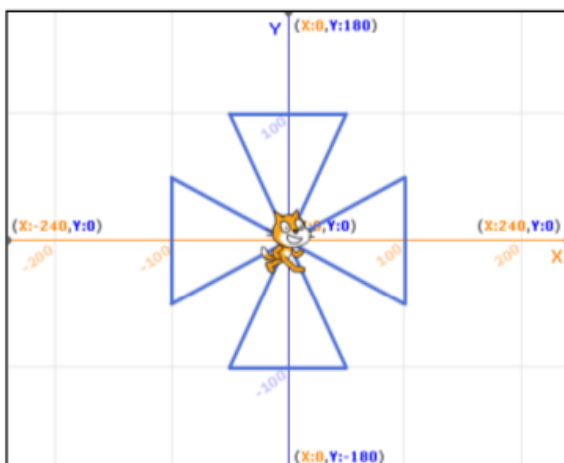
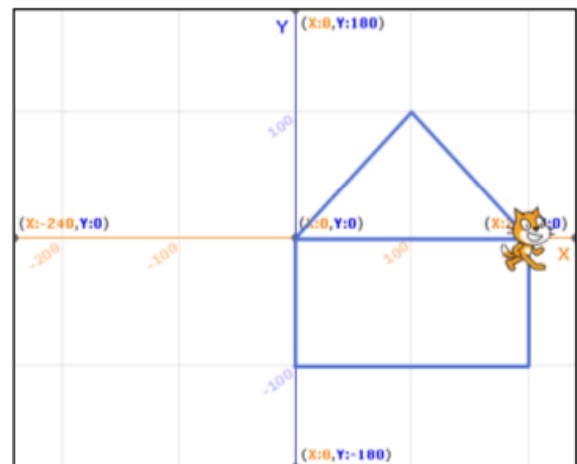
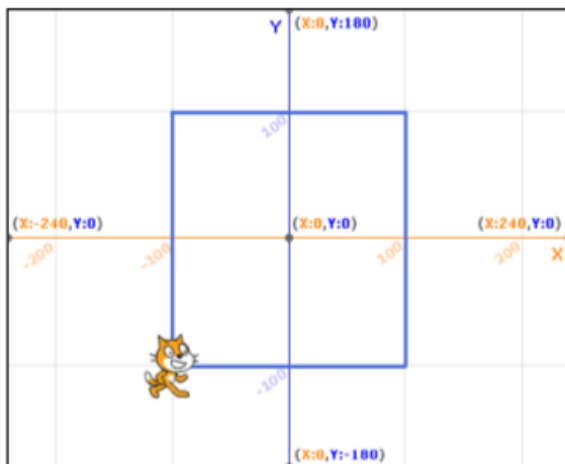
Figure :



Script :



b) Trouve et programme des scripts permettant d'obtenir les figures suivantes :



Selon ton imagination...

